

FEUILLE D'EXERCICES N°7

EXERCICE 1. Calculer les développements limités suivants :

- 1) $(\ln(1+x))^2$ en 0 à l'ordre mathématique 6
- 2) $\sqrt{x(\sin(x) + \sinh(x) - 2x)}$ en 0 à l'ordre mathématique 9
- 3) $\frac{\sin(x)}{1+x}$ en $\pi/2$ à l'ordre mathématique 3
- 4) $1 + 2x + 3x^5 + x^6$ en 0 à l'ordre mathématique 5; même question à l'ordre mathématique 6. Pouvez-vous expliquer ces résultats ?
- 5) $(1+x)^a$ en 0 à l'ordre mathématique 5 pour $a \in \mathbb{R}$

EXERCICE 2. Déterminer un équivalent en 0 de $g(x) = \sin(\ln(1+x)) - \ln(1 + \sin(x))$.

EXERCICE 3. Sur un même graphique, tracer la courbe représentative de $x \mapsto \sin(x)$ et les parties principales polynomiales des développements de Taylor de $\sin(x)$ en 0 à l'ordre Maple k , pour k pair variant de 2 à 12 (construire une séquence). Recadrer le graphique pour qu'il soit joli. [Question subsidiaire : en utilisant la commande `display` et l'option `insequence=true`, construire une version animée de cette suite de courbes].

Faire le même exercice avec la fonction $x \mapsto \cos(x)$ (mais avec k impair variant de 1 à 11).

EXERCICE 4. Pour chacune des fonctions suivantes, en utilisant les développements limités, déterminer les asymptotes en $+\infty$ et $-\infty$ de la courbe représentative \mathcal{C} de f . Préciser les positions relatives de \mathcal{C} et de ses asymptotes. Vérifier vos réponses en traçant f et ses asymptotes sur un même graphique et en choisissant des intervalles d'affichage appropriés.

- 1) $x \mapsto e^{1/x} \sqrt{x^2 + 2x}$
- 2) $x \mapsto \frac{(x^2 - x - 6)^2 - (x + 3)}{x^2 - 4x + 3}$
- 3) $x \mapsto \sqrt{1 + x + x^2 + x^4}$