Feuille d'exercices n°1

Exercice 1. *Une formule de Ramanujan.* Soit :

$$k = (\sqrt{2}-1)^2(2-\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{6})^2(8-3\sqrt{7})(\sqrt{10}-3)^2(\sqrt{15}-\sqrt{14})(4-\sqrt{15})^2(6-\sqrt{35}).$$

Calculer $A = \frac{-2}{\sqrt{210}}\ln(\frac{k}{4})$ avec 30 chiffres significatifs. Que pensez-vous du résultat ?

Exercice 2. Soit le nombre complexe $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$. Calculer son module et son argument. Donner une valeur approchée de son argument.

Exercice 3. Soit le nombre complexe $z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. En utilisant Maple, démontrer que les points du plan d'affixes z, $z-1$ et $\bar{z}+2z$ sont alignés.

Exercice 4. Affecter à la variable x la valeur ∞ (voir l'aide) et à la variable y la valeur $\sqrt{3}$. Echanger les valeurs de x et y. Puis vérifier que l'échange a bien eu lieu.

Exercice 5. Soient a, b, c les trois racines du polynôme en z à coefficients complexes : $z^3-(6+3i)z^2+(9+12i)z-9(2+3i)$. Calculer ces racines à l'aide de la commande *solve*. Montrer que les points du plan d'affixes respectives a, b, c forment un triangle équilatéral.

Exercice 6. On se place dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct. Soit M_0 le point d'affixe $z_0 = 1+i\sqrt{3}$. Pour $n \geq 1$, soit M_n le point d'affixe $z_n = a^n z_0$ où $a = i/2$. En utilisant la commande *seq* (consulter l'aide), construire la séquence des dix premiers termes de la suite $(z_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ mis sous forme cartésienne. Construire la séquence des modules des dix premiers termes de la suite.

Exercice 7. On rappelle la *formule de Moivre* :

$$(\cos(x)+i\sin(x))^n = \cos(nx)+i\sin(nx).$$

En utilisant cette formule, donner les formules exprimant $\cos(5x)$ et $\sin(5x)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$.