“Calcul formel” Maple
L1/MK1 2007-2008

12 novembre 2007
durée : 55min

Partiel

Nom, prénom :	Groupe :

Les réponses aux questions sont à écrire directement sur cette feuille, vous devrez donc la rendre. On ne rendra pas d'impression de la feuille de travail.
Sauf mention du contraire, dans chaque question on demande d'écrire dans le cadre-réponse une (ou plusieurs) ligne(s) de commande Maple (même si ce n'est pas indiqué explicitement).
Il est évidemment vivement conseillé de tester ces commandes sur la machine, mais vous n'avez pas besoin de recopier le résultat affiché par Maple en réponse à la commande tapée (en particulier lorsque ce résultat est très volumineux).
Les documents autorisés sont les feuilles de TP et de correction et vos notes de cours. Les livres, téléphones portables, calculatrices, etc.. sont interdits.

Une attention particulière sera apportée à la syntaxe de Maple et à la rédaction !

Exercice 1

1. Maple a une bibliothèque d'arithmétique appelée *numtheory* ; donner la commande pour charger cette bibliothèque.

   Réponse :

2. En consultant l'aide sur *numtheory*, trouver la commande qui permet de calculer les diviseurs d'un nombre entier, et l'utiliser pour demander à Maple (en une ligne) la *liste* L des diviseurs de $n = 9659263278$.

   Réponse :

3. Compter (avec Maple) combien n a de diviseurs.

   Réponse :

4. Trouver le vingt-huitième élément de la liste L.

   Réponse :

5. Déterminer (en une ou plusieurs lignes de commande) les diviseurs communs à n et 12667875.

Réponse :

Exercice 2

Soit f la fonction définie par:

$$\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = \frac{x^3 + 6x}{3x^2 + 2}$$

1. Définir la fonction f.

   Réponse :

2. Donner la commande Maple permettant de tracer sur un même graphe la fonction f et la fonction $x \mapsto x$ (la première en vert, la seconde en rouge), sur l'intervalle (en abscisse) $[-3; 3]$.

   Réponse :

3. Trouver avec Maple l(es) abscisse(s) du(des) point(s) d'intersection des deux courbes, en utilisant la commande de résolution d'équation.

   Réponse :

4. Trouver (avec Maple) les points où la dérivée de f s'annule.

   Réponse :

5. Soit u la suite récurrente définie par:

   $$\begin{cases} u_1 = -1/57 & ; \\ u_n = f(u_{n-1}) & \text{si } n \geq 2 \end{cases}$$

   En utilisant la fonction f, définir la suite u dans une procédure qui prend en entrée n. Cette procédure devra retourner un message d'erreur si $n \leq 0$ (et la valeur exacte de u_n sinon).

   Réponse :

6. Afficher la séquence des valeurs approchées des 10 premières valeurs de la suite. Que constatez-vous?

   Réponse :

7. Donner une valeur approchée de $u_{10} - (-\sqrt{2})$ à 10^{-213} près.

   Réponse :

Exercice 3

Écrire une procédure *transformer* qui prend en entrée une matrice M et qui renvoie la matrice M à laquelle on a :

- divisé par 2 tous les coefficients de la dernière colonne, si le nombre de lignes de M est supérieur ou égal au nombre de colonnes de M ;
- multiplié par 3 tous les coefficients de la première ligne, sinon.

Vous pouvez tester la procédure sur machine, sur des exemples bien choisis (ne pas oublier de charger la bibliothèque nécessaire); on demande uniquement de copier ci-dessous la procédure.

Réponse :

Exercice 4

[Subsidiaire : exercice supplémentaire à faire uniquement si vous avez déjà traité tous les exercices précédents !]

Écrire une procédure *diviseur* qui renvoie une liste formée des diviseurs premiers d'un entier n. [on pourra utiliser une boucle *while*, et les commandes *irem* et *nextprime*].

Par exemple: *diviseur(5)* renverra [5] et *diviseur(18)* renverra $[2, 3]$.

Réponse :