Université du Québec à Montréal
Groupe-cours 51
Vivien Ripoll

Session d'automne 2011
MAT1112 - Calcul I

Remarques sur le devoir 1 et conseils divers

I Remarques générales

1. Tout devoir ou examen que vous rendez au professeur est une communication avec lui ; il faut bien réaliser que votre devoir est votre représentant auprès de lui. Rendre un devoir propre, et, de manière générale, faciliter la tâche du correcteur, ne peut être que bénéfique pour vos résultats :
   - Soignez la présentation, ne rendez pas un brouillon (particulièrement dans le cas d'un devoir à la maison !).
   - On ne demande pas de la calligraphie, mais montrez que vous faites un effort : écrivez gros, aéré, sautez des lignes, encadrez les résultats importants.
   - N'écrivez pas sur toute la largeur de la page ; laissez une marge à gauche ou à droite.
   - Séparez bien les questions auxquelles vous répondez. (inutile de réécrire les énoncés cependant)
   - Écrivez au stylo (pas au crayon mine). D'autre part en général, il est mal vu d'écrire en couleur autre que bleue ou noire.
   - Un devoir n'est pas de la prise de notes : évitez les abbréviations, et si jamais vous en utilisez, définissez-les d'abord.
   - Soignez aussi l'orthographe : vous n'êtes pas notés sur ça, mais voir des horreurs comme "les fonctions sont continu*ent*", ça peut faire mal au coeur d'un correcteur sensible.
2. La façon de rédiger est importante : c'est comme cela que le correcteur peut s'assurer que vous comprenez ce que vous faites. Expliquez ce que vous faites, en français : "Montrons que", "je suppose que", "on sait d'après un théorème du cours que", "on peut conclure que"... Le correcteur n'est pas dans votre tête, et s'il ne voit pas où vous voulez en venir, il risque de supposer que vous ne comprenez pas ce que vous écrivez... En méthématiques, le raisonnement est aussi important (et même davantage !) que les formules.
3. Utilisez des mots de liaison : donc, par conséquent, comme, si/alors, or... en sachant ce qu'ils veulent dire.
4. N'utilisez pas le signe $\Rightarrow$ (ou, pire, $\Leftrightarrow$) pour dire "donc". Ces signes ne devraient s'utiliser qu'exclusivement dans des formules mathématiques, et lorsqu'on sait exactement ce qu'ils signifient.

II Remarques spécifiques au devoir 1 (et barême)

Pour les détails techniques, voir le corrigé.

1a. (2pts) OK

1b. (2pts) Il faut justifier : en particulier noter que $k > 0$, donc les exponentielles tendent vers 0 ; et qu'on suppose x fixé...

2. (4pts) Quand vous utilisez un théorème, pensez à expliquer que ses hypothèses sont satisfaites (ce n'est pas la partie essentielle de ce cours, mais c'est important en maths !)

3a. (1pt) Expliquer que sur $\mathbb{R}^2\backslash\{(0,0)\}$, f est obtenue avec des opérations sur des fonctions usuelles continues, donc est continue.

Remarque importante : en mathématiques, les assertions sont "minimalistes" : si on dit "f est continue sur $\mathbb{R}^2\backslash\{(0,0)\}$", ça ne veut pas dire que f n'est continue *que* sur $\mathbb{R}^2\backslash\{(0,0)\}$; mais *au moins* sur $\mathbb{R}^2\backslash\{(0,0)\}$. (De même que si je dis : "il fait beau aujourd'hui à Montréal", ça ne veut pas dire qu'il ne fait beau qu'à Montréal !) Donc la question (a) ne demande pas d'étudier la question de la continuité en $(0,0)$.

3b. (2pts) Question assez mal traitée en général (*lire attentivement le corrigé, et relire les notes de cours du chapitre 3*)

- On demande de *montrer* que f est continue : il est inutile de chercher des chemins qui permettraient hypothétiquement de prouver que f n'est pas continue ; c'est sûr que ça ne marchera pas, vu la forme de la question.
- Inégalité triangulaire : de manière générale, on a

$$|a-b-c+d-e+f+...| \leq |a|+|b|+|c|+|d|+|e|+|f|+...$$

  Pas de moins dans le membre de droite !
- La méthode est de montrer que $f(x,y)$ tend vers 0 en $(0,0)$. Mais, à la fin, il ne faut pas oublier de conclure qu'on a montré ainsi que f est continue en $(0,0)$ (c'est la question !), car ici $f(0,0)=0$ et « $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = f(0,0)$ » est la définition de la continuité en $(0,0)$.

3c. (1pt) On demande le détail des calculs, et de développer...

3d. (2pts) OK

3e. (2pts) (Rq : on s'attend à une justification, pas seulement "oui" on "non"...)
Question assez mal traitée. Posons $g = \frac{\partial f}{\partial x}$ par exemple. Elle est continue sur $\mathbb{R}^2\backslash\{(0,0)\}$ (pour les mêmes raisons qu'en 3a). Mais on peut montrer que g n'est pas continue en $(0,0)$, en trouvant un chemin passant par $(0,0)$ tel que la limite le long de ce chemin n'est pas égale à $g(0,0)$ (qu'on a calculé en (3d) : $g(0,0)=2$). Il suffit de trouver *un seul chemin* qui ne donne pas la limite 2 pour pouvoir conclure que g n'est pas continue en $(0,0)$. Voir le corrigé, et relire les notes de cours du chapitre 3 si ce n'est pas clair.

Remarque importante : j'ai lu plusieurs fois "f dérivable donc f continue". Ceci n'est valable que pour f *fonction d'une variable !* Nous n'avons pas donné de définition de "f dérivable" pour f fonction de plusieurs variables. Notez qu'on peut avoir une fonction f qui, en un point, admet des dérivées partielles $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$, mais qui n'est pas pour autant continue en ce point. Étudiez par exemple la fonction $f(x,y)=1$ si $x=0$ ou $y=0$, et 0 partout ailleurs.

3f. (2pts) Voir le corrigé. Cette question montre l'importance de vérifier les hypothèses d'un théorème avant de l'utiliser...

4a. (2pts) OK

4b. (2pts) OK

4c. (2pts) Voir le corrigé. Ne pas oublier que lorsqu'on divise par quelque chose, il faut s'assurer que ce quelque chose n'est pas nul ; sinon ce n'est pas correct. Ici par exemple, on tombait sur $x(\frac{y^2}{2} - 2y - 6) = 0$. Ceci implique que $\frac{y^2}{2} - 2y - 6$ **ou** $x = 0$.

L'idée générale pour résoudre un système est la suivante :

- Chercher l'équation la plus simple : si on a de la chance, elle doit permettre d'exprimer une inconnue en fonction des autres.
- Réécrire les autres équations en remplaçant cette inconnue par son expression en fonction des autres : on obtient ainsi un système avec une inconnue de moins, et une équation de moins.
- On itère le procédé, jusqu'à avoir une valeur pour chacune des inconnues. À chaque étape, il peut y avoir plusieurs cas, typiquement lorsqu'on tombe sur une équation qui a plusieurs solutions. On peut donc avoir des cas et des sous-cas à considérer, et il faut rédiger proprement pour ne rien oublier et ne pas se perdre.
- Si pour trouver un point-solution, on a utilisé toutes les équations du système, alors c'est effectivement une solution. Si on n'est pas sûr, il faut penser à vérifier que celui-ci vérifie toutes les équations.