

# MAT1112 gr.51 - Exercices supplémentaires du chapitre 1

## 1 Différentiabilité

**Exercice 1.** Calculer les domaines de définition des fonctions suivantes :

- (a)  $\ln(x^2 - 8)$
- (b)  $\ln(\sqrt{x})$
- (c)  $\frac{x^2+x+1}{x^2-x-1}$
- (d)  $\frac{x^2-x-1}{x^2+x+1}$
- (e)  $\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$
- (f)  $\tan(e^x)$

**Exercice 2** (Calcul de dérivées). Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

- (a)  $\tan(e^x)$
- (b)  $\cos^2(2x)$
- (c)  $\ln(\sqrt{x})$
- (d)  $\frac{x^2+x+1}{x^2-x-1}$
- (e)  $\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$

**Exercice 3** (Dérivées successives). Calculer les dérivées premières, secondes et troisièmes ( $f'(x)$ ,  $f^{(2)}(x)$  et  $f^{(3)}(x)$ ) des fonctions suivantes :

- (a)  $f(x) = \exp(-x^2)$  ;
- (b)  $f(x) = \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$  (on pourra essayer d'exprimer les dérivées en fonction de  $\tan(x)$ ).

**Exercice 4** (Dérivée de l'exponentielle). En utilisant la définition de la dérivée comme limite du taux d'accroissement et le fait que  $\lim_{h \rightarrow 0} (e^h - 1)/h = 1$ , montrer que  $(e^x)' = e^x$ .

**Exercice 5** (Dérivée du logarithme). Calculer la dérivée de  $e^{f(x)}$  et retrouver que  $\ln(x)' = \frac{1}{x}$  en posant  $f(x) = \ln(x)$  et en utilisant le fait que  $e^{\ln(x)} = x$ .

**Exercice 6** (Dérivabilité des polynômes de degré 2). En utilisant la définition de la dérivée comme limite du taux d'accroissement, montrer que  $P(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  est dérivable et donner sa dérivée.

**Exercice 7** (Dérivabilité des polynômes de degré 3). Même exercice avec  $P(x) = x^3$ . En déduire que tous les polynômes de degré 3 sont dérivables.

**Exercice 8** (Équation de tangentes). Calculer l'équation de la tangente des fonctions suivantes aux points donnés :

- (a)  $x^2$  en  $x = 1$
- (b)  $ax^2 + bx + c$  en  $x = 1$
- (c)  $\sin(x)$  en  $x = \pi/4$
- (d)  $\tan(x)$  en  $x = 2\pi/3$
- (e)  $\ln(x)$  en  $x = e^2$